GRAVITAČNÍ KOLAPS A FYZIKA ČERNÝCH DĚR

R N D r. V o j t ě c h U l l m a n n

1. Ú v o d - základní vlastnosti gravitace

Všeobecná gravitace je jednou ze základních sil v přírodě a hraje zcela rozhodující úlohu při vzniku a vývoji hvězd, planetárních a hvězdných systémů, galaxií a jistě i celého vesmíru. Základní vlastností, kterou se gravitace liší od všech ostatních druhů sil v přírodě, je univerzálnost gravitačního působení a to ve dvojím smyslu:

a/ Jednak "již hotové" gravitační pole vykazuje univerzální působení na veškerou hmotu energii - všechna tělesa padají v gravitačním poli se stejným zrychlením nezávisle na své hmotnosti a složení, gravitační pole působí např. i na světlo /spektrální posuv, zakřivuje paprsky/. Univerzálnost gravitační interakce je vyjádřena v Einsteinově principu ekvivalence, podle ktorého je gravitační pole v každém místě lokálně ekvivalentní /pro všechny fyzikální děje/ situaci, kdy není žádné gravitační pole, ale vztažná soustava /pozorovatel/ v tomto bodě se pohybuje s příslušným zrychlením. V takovéto neinerciální soustavě /např. v kabině zrychlující se rakety/ pozorujeme pole "setrvačných sil", které je pro vnějšího pozorovatele kinematického původu, avšak pro vnitřního pozorovatele má lokálně všechny vlastnosti gravitačního pole - univerzální účinek na všechny děje.

V lokálně inerciálních soustavách - vztažných soustavách v jednotlivých bodech, které volně "padají" v gravitačním poli a panuje v nich "stav beztíže" /např. kabina volně se pohybující družice/ - probíhají fyzikální děje lokálně podle zákonů speciální teorie relativity bez gravitačního pole. Ve skutečném /nehomogenním/ gravitačním poli budou mít jednotlivé lokální inerciální soustavy různá zrychlení a tím i proměnné vzájemné rychlosti, takže podle Lorentzových transformací budou v různých místech odlišné prostorové relace a jiný běh času. Přirom jednotlivé lokální inerciální soustavy obecně nelze spojit v jednu globální inerciální soustavu - prostoročas není již rovinný eukleidovský, ale zakřivený riemannovský. Univerzálnost gravitačního působení vyjádřená v principu ekvivalence tak vede k hlubokým souvislostem mezi gravitací a geometrií - gravitační pole je projevem křivosti Riemannova prostoročasu.

Pomocí principu ekvivalence je možno zobecnit všechny fyzikální zákony speciální teorie relativity /kde je rovinný Minkowskiho prostoročas/ na zakřivený prostoročas, t. j. přítomnost gravitačního pole/ prostřednictvím lokálních inerciálních soustav, v nichž lze lokálně použít zákonů speciální teorie relativity. Vede to k tomu, že v gravitačním poli v rovnicích jednotlivých fyzikálních zákonů přecházejí běžné parciální derivace podle souřadnic v derivace kovariantní beroucí v úvahu konexi zakřiveného prostoročasu. Např. volná testovací částice se souřadnicemi x^i /i = 0,1,2,3, x^0 je čas, ostatní tři jsou prostorové souřadnice/ se v gravitačním poli pohybuje po geodetické křivce příslušného prostoročasu:

$$\frac{d^2x^i}{ds^2} + \Gamma^i_{kl} \frac{dx^k}{ds}\frac{dx^l}{ds} = 0 , \qquad /1/$$

kde s je prostoročasový interval /který v případě nulových geodetik, např. fotonů, je třeba nahradit jiným vhodným nenulovým afinním parametrem/ a Γ^i_{kl} jsou Christoffelovy koeficienty afinní konexe, které zde tedy vyjadřují působící gravitační síly. Přes dvakrát opakující se indexy se zde provádí sčitaní od 0 do 3. V inerciální /aspoň lokálně/ soustavě jsou všechny složky afinní konexe rovny nule a rovnice /1/ popisuje rovnoměrný přímočary pohyb.

Pro objektivní testováni gravitačního pole /pro změření křivosti prostoročasu/ jsou zapotřebí nejméně dvě testovací částice. Rovnice vzájemné prostoročasové deviace geodetik dvou blízkých testovacích částic má potom tvar

$$\frac{D^2\varepsilon^i}{ds^2} + R^i_{klm}\frac{dx^k}{ds}\frac{dx^m}{ds}\varepsilon^l = 0 , \qquad /2/$$

kde ε^i je čtyřvektor odchylky dvou blízkých geodetik, symbol D značí absolutní derivaci podél vztažné geodetiky a R^i_{klm} je Riemannův tenzor křivosti. Riemannův tenzor křivosti vyjadřuje zakřivení prostoročasu ve smyslu neintegrability paralelního přenosu - vektor přenesený paralelně podél uzavřené křivky se při návratu zpět do výchozího bodu bude obecně lišit od původního vektoru, a to tím více, čím větší jsou složky tenzoru křivosti. Pro rovinný prostoročas jsou všechny složky tenzoru křivosti rovny nule - nedochází k deviaci geodetik. Podle rovnice /2/ jsou gradienty gravitačních sil /slapové síly/ tedy určeny složkami tenzoru křivosti.

/b/ Gravitační pole /a tedy i křivost prostoročasu/ je buzeno opět univerzálně veškerou hmotou energií bez ohledu na to, zda se jedná o běžná tělesa, plyn shluk elementárních částic nebo třebas elektromagnetické pole. Gravitační pole vytváří např. elektromagnetické vlny /světlo, radiovlny, rentgenové záření/, globálně dokonce i gravitační vlny a podobně.

Rovnice /generace/ pole mají charakter: /objekt popisující pole/ = /objekt popisující zdroj/. Gravitační pole je buzeno veškerou hmotou energií, takže jeho zdrojem by měl být tenzor energie a hybnosti T_{ik}, který vyjadřuje hustotu a proud energie a hybnosti všech těles, látek a negravitačních polí v soustavě. Označíme-li levou stranu /popisující pole/ jako G_{ik}, rovnice generace gravitačního pole by měly mít tvar $G_{ik} = f.T_{ik}$, f je konstanta. Na veličinu G_{ik} jsou přitom kladeny tyto požadavky: 1. Je to objekt popisující gravitační pole a tedy geometrii prostoročasu, musí být proto sestaven z metrického tenzoru a z Riemannova tenzoru křivosto. 2. G_{ik} musí být symetrický tenzor druhého řádu /aby byl konzistentní s T_{ik}/3. Z důvodu lokálního zachování energie a hybnosti zdroje musí být kovariantní čtyřdivergence G^{ik}; k=0. 4. V rovinném prostoročase je $G_{ik}=0$. 5. G_{ik} je lineární funkcí tenzoru křivosti. Z těchto pěti požadavků /konstanta f se určí z podmínky, aby pro slabá pole obecné rovnice daly Newtonův gravitační zákon/ pak vyplývají známé <u>Einsteinovy "geometrodynamické" rovnice gravitačního pole</u> ve tvaru

$$G_{ik} = R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R = \frac{8\pi k}{c^4} T_{ik} , \qquad /3/$$

/nebudeme zde uvažovat kosmologický člen $\lambda.g_{ik}$ vznikající na levé straně /3/ vypuštěním podmínky č.4/, kde g_{ik} jsou složky metrického tenzoru /potenciály pole/, R_{ik} a R jsou patřičně zúžené formy Reimannova tenzoru křivosti /R je skalární křivost, R_{ik} je Ricciho tenzor křivosti/. V Reimannově prostoročasu je tenzor křivosti funkcí složek metrického tenzoru g_{ik} derivací podle souřadnic /i časových x^0/ do druhého řádu, a to prostřednictvím složek příslušné afinní konexe a jejich prvních derivací. Rovnice /3/ jsou tedy nelineární parciální diferenciální rovnice druhého řádu pro složky metrického tenzoru g_{ik}; rovnice popisují prostoročasovou distribuci pole metrického tenzoru, tj. prostorové rozložení a evoluci gravitačního pole buzeného soustavou zdrojů popsanou tenzorem energie a hybnosti T_{ik}.

Nelinearita rovnic gravitačního pole úzce souvisí s univerzálností gravitační interakce. V elektrodynamice jsou zdrojem elektromagnetického pole elektrické náboje /a proudy/, přičemž samotné elektromagnetické pole nepřenáší elektrický náboj /je nabité/ a není tedy zdrojem dalšího elmag. pole - Maxwellovy rovnice jsou lineární a platí princip superpozice. Naproti tomu zdrojem gravitačního pole je veškerá hmota energie, a protože gravitační pole samotné je nositelem energie /a hybnosti/, vzbuzuje určité "doplňkové" gravitační pole. Táto "samogravitace" vede k principiální nelinearitě gravitace, protože buzené gravitační pole přispíva ke svému vlastnímu zdroji.

Kovariantní čtyřdivergence levé strany Einsteinových rovnic /3/ je identicky rovna nule; je to důsledek tzv. Bianchiho identit pro tenzor křivosti /projevem geometricko-topologického principu "hranice je rovna nule" - v tom případě orientovaná dvojrozměrná hranice trojrozměrné hranice čtyřrozměrné oblasti prostoročasu/. Vezmeme-li tedy Eisteinovy rovnice /3/ za základ, plyne z nich automaticky $T^{ik}{}_{;k}=0$ - lokální zákon zachovaní energie a hyvnosti zdroje+/. Tento zákon zachovaní vede k rovnicím pohybu soustavy,

---

+/ Je to vyjádřením obecné zákonitosti mezi zdrojem a jím vzbuzovaným polem: "zdroj vytváří pole tak, aby se sám zachovával" - pole takových vlastností, z nichž automaticky plynou zákony zachování tohoto zdroje. Např. pro elektromagnetické pole Maxwellových rovnic $F^{ik}{}_{;k}= j^i 4\pi/c$ díky antisymetrii tenzoru elektromagnetického pole F^{ik} plyne identicky vztah $j^i{}_{;i}=0$, což je rovnice kontinuity a tedy zákon zachování elektrického náboje. Maxwellovy rovnice tak omezují "svobodu" zdrojů jen po stránce elektrické /nikoliv např. mechanické/, zatímco Einsteinovy rovnice gravitačního pole postihují všechny formy pohybu zdrojů.

která je popsána ~~tímto tenzorem energie-hybnosti T_{ik}~~, takže v tom smyslu "rovnice pohybu plynou z Eisteinových rovnic gravitačního pole".

Dialektiku obecné teorie relativity je možno stručně shrnout slovy: "prostoročas určuje hmotě, jak se má pohybovat a hmota určuje prostoročasu, jak se má zakřivovat". Podrobnější informace o teorii relativity a gravitace lze najít např. v /1/, ve velmi obsáhlé monografii /2/, v češtině pak např. v /3/.

Dosud známé síly /interakce mezi elementárními částicemi/ v přírodě se rozdělují podle své síly a dosahu na čtyři skupiny:

a/ Silné interakce, které např. udržují nukleony v atomových jádrech. Jsou to nejsilnější známé síly /asi o dva řády silnější než elektromagnetické/, působí pouze mezi hadrony /protony, neutrony, π-mezony, hyperony a pod./ a mají velmi krátký dosah /asi 10^{-13}cm/.

b/ Elektromagnetické síly, které působí jen mezi elektricky nabitými částicemi /elektrony, protony, nabite mezony a hyperony a pod./, mají dlouhý /neomezený/ dosah a řídí procesy v atomovém obalu.

c/ Slabé interakce, které jsou zodpovědné např. za radioaktivitu beta a úzce souvisejí s neutriny.

d/ Gravitační interakce, které jsou ze všech nejslabší, mají dlouhý dosah podobně jako elektromagnetické, avšak působí zcela univerzálně mezi všemi částicemi, mezi každou hmotou a energií.

Za určitých okolností /dostatečné nahromadění hmoty/ se však tyto nejslabší gravitační síly mohou stát dominantními právě díky své univerzálnosti a mohou být dokonce tak mohutné, že jim neodolá nic, ani např. světlo. Únikovou rychlostí se nazývá taková nejmenší rychlost, kterou musí těleso mít k tomu, aby překonalo přitažlivost soustavy a mohlo se od ní neomezeně vzdálit do prostoru. Tato úniková rychlost nezávisí na hmotnosti ani na složení tělesa /univerzálnost gravitačního působení/. Pro těleso /např. raketu/ startující z povrchu Země činí asi 11,2 km/s - druhá kosmická rychlost. S rostoucí hmotností a hustotou systému úniková rychlost z jeho povrchu roste, takže pro dostatečně hmotné systémy /např. obří hvězdy/ může být i vyšší než rychlost světla; takový objekt pak nemůže opustit ani světlo. Na tuto okolnost upozornil již v r. 1795 Laplace, který však vycházel samozřejmě z nerelativistické Newtonovy nauky o gravitaci a z korpuskulární teorie světla.

První relativistický rozbor gravitačního kolapsu /pro nejjednodušší případ kulového homogenního oblaku z volně padajících prachových částeček/ provedli v r. 1939 Oppenheimer a Snyder, kteří dospěli k závěru, že v konečných stádiích kolapsu se ztrácí spojení s okolním světem /vzniká horizont událostí/. V dnešní terminologii říkáme, že vznikla "černá díra" neboli kolapsar. Intenzívní rozvoj fyziky černých děr však začal až přibližně od šedesátých let. Největší zásluhy na něm mají výzkumy anglických fyziků S. Hawkinga a R. Penrose; významně k němu přispěli též např. B. Carter, J. Wheeler, R. Kerr, D. Christodolou, W. Israel, J. Bekenstein a mnozí další.

2. Průběh gravitačního kolapsu

Rámcové zjednodušené schéma gravitačního kolapsu hvězdy /jednotlivé možnosti konečných stavů/ podle dnešních představ+/ je znázorněno na obr. 1 v řezu prostoročasovým diagramem. Na vodorovné ose je jeden rozměr /radiální/ prostorový, na svislé ose je čas; časový vývoj probíhá od zdola nahoru.

V normálních, relativně stabilních fázích života hvězdy je gravitační působení snažící se smršťovat hvězdu vyváženo tlakem způsobeným ohřevem a zářením při termonukleárních reakcích probíhajících v nitru hvězdy. Podle názoru dnešní astrofyziky je hvězda po dlouhou dobu jakýmsi obrovským termonukleárním reaktorem drženým pohromadě gravitací.

Nebudeme se v tomto článku zabývat pestrými osudy hvězd během různých typů jaderných reakcí, doprovázených smršťováním, výbuchy a podobně, ale začneme až od toho okamžiku, kdy hvězda již spotřebovala všechno "jaderné palivo", vyhasly všechny reakce uvolňující

+/ V tomto článku se budeme gravitačním kolapsem a černými děrami zabývat ne z pohledu astrofyzikálního a kosmologického, ale spíš z hlediska fyziky gravitace, obecné teorie relativity. Podrobný relativistický rozbor gravitačního kolapsu v souvislosti se složením a evolucí hvězd je např. v monografii /5/.

energii a hvězda se dostala do svého nejnižšího energetického stavu /neuvažujeme-li gravitaci/. Vlivem gravitačních sil je hvězda ztlačena z původních několika set tisíc kilometrů do průměru několika tisíc kilometrů a hustoty řádu tisíců kilogramů na cm^3. Látka hvězdy je plně ionizována a gravitační síly jsou vyváženy Fermiho tlakem degenerovaného elektronového plynu. Hvězda v tomto stavu se nazývá bílý trpaslík /dokud září rozžhavena zbylým teplem, posléze se stává černým trpaslíkem/.

Takový bílý trpaslík je však stabilní jen tehdy, když jeho hmotnost není větší než tzv. Chandrasekharova mez, která činí asi 1,25 hmotnosti Slunce. Jestliže je hmotnost bílého trpaslíku větší než tato hranice, není již tlak elektronového plynu schopen vyvážit tak velké gravitační síly, elektrony jsou vtlačovány do jader a jimi pohlcovány /slučují se tam s protony za vzniku neutronů a vylétajících neutrin/. Látka hvězdy se stává lépe stlačitelnou, takže vlivem gravitace dochází k prudkému smrštění /implozi/ hvězdy, které se může zastavit až ve stadiu tzv. neutronové hvězdy, která má průměr jen několik desítek kilometrů a její hustota je řádu hustoty v atomových jádrech / 10^{14} g/cm^3/. Gravitační síly jsou vyváženy Fermiho tlakem a jadernými odpudivými silamy mezi neutrony, ze kterých je hvězda složena. Neutronová hvězda je jakýmsi gigantickým "jádrem" složeným s neutronů a udržovaném pohromadě vlastní gravitací. Při implozi vedoucí ke vzniku neutronové hvězdy dochází k uvolnění velkého množství energie, která se jednak vyzáří ve formě elektromagnetických a gravitačních vln, jednak je odnášena neutriny a horními vrstvami hvězdy, které se prudce rozpínají do prostoru a vytvářejí zářící mlhovinu - vznik neutronové hvězdy je doprovázen výbuchem supernovy /prostřední část obr.1/. Za rychle rotující neutronové hvězdy jsou nyní považovány pulsary.

Podobně jako bílý trpaslík, i neutronová hvězda má zhora limitovanou hmotnost. Při dostatečně velkých hmotnostech /větších než asi dvě hmoty Slunce - tzv. Oppenheimer-Landauova mez/ jsou gravitační síly již tak velké, že překonají Fermiho i jaderné síly mezi neutrony /jaderné síly mají krátký dosah - stav nasycení/, katastrofální gravitační kolaps pokračuje dále /obr. 1 nahoře, nebudeme se zde zmiňovat o možnostech hyperonových nebo dokonce kvarkových hvězd/, až se hvězda dostane pod svůj gravitační poloměr r_g

$$r_g = \frac{2\,k\,M}{c^2} \qquad /4/$$

/kde M je hmotnost, k gravitační konstanta/, překročí horizont a vznikne černá díra. Výraz /4/ pro gravitační poloměr, který může jednoduše získat v nerelativistickém přístupu položením únikové rychlosti rovné rychlosti světla, shodou okolností platí přesně i v obecné teorii relativity. Gravitační poloměr Slunce by byl asi 3 km, Země jen asi 0,9 cm! Prostoročas kolem černé díry se tak zakřiví /extrémně silné gravitační pole/, že se "uzavře sám do sebe" a přeruší se spojení s vnějším světem. Kolaps v těch stádiích je již zcela relativistický a jeví se úplně jinak pro pozorovatele na hvězdě než pro vzdáleného vnějšího pozorovatele.

Pro vzdáleného pozorovatele se kolaps od doby, kdy se dostane do relativistické oblasti, začne postupně zpomalovat vlivem zpomalování chodu času gravitačním polem a nikdy v konečném čase nedosáhne gravitačního poloměru - na horizontu se čas zastaví, kolaps "zamrzne". Pokles jasu hvězdy a narůstání gravitačního rudého posuvu je však exponenciální s poločasem rovným přibližně době průchodu světla vzdáleností rovnou r_g, takže hvězda "zhasne" prakticky za zlomek sekundy od nástupu relativistických vlivů.

Pro pozorovatele na kolabující hvězdě /kdyby mohl zůstat naživu/ není horizont žádnou překážkou a může jej v principu bez obtíží překonat - na horizontu není žádná skutečná singularita. Z pod gravitačního poloměru však tento pozorovatel nemůže již poslat ven žádnou informaci, gravitace "nepustí" ani např. světlo. Žádné jevy probíhající pod horizontem nemohou žádným způsobem ovlivnit vnější svět a nemohou z něho být nijak pozorovatelné. Horizont je jakási "membrána" propustná pouze ve směru dovnitř.

Hluboké souvislosti mezi prostorem, časem a gravitací v obecné teorii relativity ukazují, že po dosažení horizontu se všechna tělesa budou pohybovat směrem ke středu r=0 se stejnou osudovostí, s jakou čas běží od minulosti do budoucnosti /prostoročasové světelné kužely jsou zcela obráceny dovnitř/. I kdyby byl pozorovatel např. v raketě, ani sebevětší síla motorů by jeho pádu ke středu nemohla zabránit. Jakmile je dosaženo gravitačního poloměru, nemůže již žádná známá /a snad vůbec žádná/ síla gravitační kolaps zastavit, protože žádná síla nemůže čas obrátit nazpět.

Kolaps pokračuje dále a po uplynutí konečného vlastního času dojde /aspoň podle klasické obecné teorie relativity/ až do bodu $r=0$, do tzv. <u>singularity</u> s nulovým objemem, nekonečnou hustotou a křivostí prostoročasu, s nekonečnými tlaky a gradienty gravitačních sil.

3. Schwarzschildova geometrie

Pro centrálně symetrické rozložení hmoty předpokládáme, že i vzbuzované gravitační pole bude centrálně symetrické. Přesné řešení Einsteinových gravitačních rovnic /3/ pro případ sféricky symetrického gravitačního pole bylo nalezeno K. Schwarzschildem hned v r. 1916. V této tzv. Schwarzschildově geometrii má element prostoročasového intervalu tvar

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - 2M/r} + r^2/d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta \, d\varphi^2/ \qquad /5/$$

v Schwarzscholdových souřadnicích. Tyto souřadnice jsou v podstatě sférické souřadnice $/r, \vartheta, \varphi/$ prostorové, kde radiální souřadnice <u>r</u> je definována jako vlastní délka příslušné kružnice o poloměru <u>r</u> dělená 2π, popř. odmocnina z vlastní plochy koule dělené 4π. Souřadnicový čas <u>t</u> je měřen vzhledem ke vzdálené, asymptoticky rovinné oblasti. +/

Na Schwarzschildově sféře $r=2M=r_g$ je úniková rychlost rovna rychlosti světla - je to horizont /v běžných jednot-kách je dán vztahem /4//. Dále ve vzdálenosti $r=3M$ je tzv. <u>fotonová sféra</u>, kde je "1.kosmická rychlost" rovna rychlosti světla, takže v této vzdálenosti mohou fotony obíhat po kruhových orbitách kolem černé díry

---

+/ Ve vztahu /5/ a v dalším je použito tzv. geometrodynamické soustavy jednotek, ve které je gravitační konstanta k i rychlost světla c položena rovna jedné a všechny fyzikální veličiny /kromě délky tedy též čas, náboj i hmotnost/ se měří v jednotkách délky. Např. hmotnost Země činí asi 0,44 cm, hmotnost Slunce asi 1,5 km. Tato soustava jednotek se s výhodou používá v teorii relativity. pro Převod do těchto jednotek je třeba hmotnost M násobit faktorem k/c^2, náboj Q faktorem $k^{1/2}/c^2$, moment hybnosti J faktorem k/c^3; inverzním faktorem zpět do obvyklých jednotek.

/tyto mezní kruhové orbity jsou však nestabilní vůči perturbacím a přecházejí ve spirály ven nebo dovnitř, dále se projevuje vyzařování gravitačních vln/.

Je vidět, že Schwarzschildovský prostoročasový interval /5/ je /samozřejmě kromě středu r=0/ singulární při $r \to 2M=r_g$, což se projevuje tím, že na tomto gravitačním poloměru časová složka metrického tenzoru $g_{tt} \to 0$ a prostorová radiální složka $g_{rr} \to \infty$. Podrobnější rozbor ukazuje, že tato singularita na gravitačním poloměru je pouze singularitou Schwarzschildovské souřadné soustavy. Žádná skutečná singularita se na Schwarzschildově horizontu r=2M nevyskytuje, geometrie samotného prostoročasu je zde zcela regulární. Padající částice potřebuje k dosažení gravitačního poloměru nekonečně dlouhý souřadnicový čas, avšak konečný interval vlastního času. Nenulové komponenty Riemannova tenzoru křivosti jsou úměrné M/r^3, takže na horizontu dosahují hodnot řádu $1/M^2$. Křivost, a tedy gradienty gravitačních sil /slapové síly/, jsou na horizontu konečné, a to tím menší, čím je černá díra větší. Nekonečné gradienty gravitačních sil - skutečná singularita - je ve středu r=0.

V oblasti horizontu r=2M mění složky metrického tenzoru g_{rr} a g_{tt} znaménka; pro $r > 2M$ je $g_{rr} > 0$ a $g_{tt} < 0$, pro $r < 2M$ je $g_{rr} < 0$ a $g_{tt} > 0$. Lze říci, že časová <u>t</u> a radiální prostorová <u>r</u> souřadnice si vzájemně vymění úlohy. Uvnitř horizontu úlohu toku času do budoucnosti přejímá neustálé zmenšovaní <u>r</u>. Uvnitř horizontu jsou světelné kužely zcela obráceny dovnitř, takže každé reálné těleso se zde musí pohybovat tak, že <u>r</u> se neustále zmenšuje. Žádná síla nemůže pádu ke středu r=0 zabránit, každé těleso, jež vzniklo pod horizont, za konečný vlastní čas nutně skončí v singularitě.

Protože zdánlivá singularita na horizontu Schwarzschildovy geometrie je způsobena jen charakterem výše uvedené vztažné soustavy, nabízí se sledovat tuto geometrii pomocí souřadnic, které nemají tuto nepříjemnou vlastnost. Nejjednodušší co do realizace je vztažná soustava spojená s radiálně padajícími testovacími částicemi. Taková soustava sice nemá souřadnicovou singularitu, avšak není příliš výhodná pro studium geometrických vlastností.

Pro sledování geometrických souvislostí je velmi výhodná tzv. Kruskal-Szekeresova souřadná soustava /6/, která místo <u>r</u> a <u>t</u>

používá bezrozměrnou radiální $\underline{u}$ a časovou $\underline{v}$ souřadnici podle transformace

$$u = |r/2M - 1|^{1/2} \cdot e^{r/4M} \cdot \cosh \frac{t}{4M}, \qquad r > 2M \; ; \qquad /6/$$

$$v = |r/2M - 1|^{1/2} \cdot e^{r/4M} \cdot \sinh \frac{t}{4M}$$

analogicky pro $r > 2M$ se záměnou cosh za sinh a naopak - jsou tedy třeba vlastně dvě souřadnicové mapy podobně jako pro rovinné zobrazení Země. Schwarzschildovský prostoročasový element /5/ má potom v Kruskal-Szekeresových souřadnicích tvar

$$ds^2 = \frac{32M^3}{r} e^{-r/2M} (du^2 - dv^2) + r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta \, d\varphi^2), \qquad /7/$$

kde $\underline{r}$ jako funkce u a $\underline{v}$ je dáno rovnicí $(r/2M - 1) e^{r/2M} = u^2 - v^2$.

Základní rysy Schwarzschildovy geometrie v Kurskal-Szekeresových souřadnicích jsou schématicky znázorněny v řezu na obr. 2b ve srovnání se Schwarzschildovými souřadnicemi na obr. 2a. Především singularita $r=0$ je zde dána vztahem $v^2-u^2=1$, což popisuje dvě oddělené singularity tak, jak je hyperbolami znázorněno na obrázku. Horizont $r=2M$ je tvořen dvěma přímkami $u=\pm v$, vnější oblast $r > 2M$ je vyjádřena nerovností $u^2 > v^2$, což opět popisuje dvě vnější oblasti. Pro radiální nulové geodetiky $ds=0$ dostáváme $du=\pm dv$; tyto radiální nulové geodetiky jsou tedy přímky pod úhlem $45°$ k osám Kruskal-Szekeresovy soustavy. Tato vlastnost je velmi výhodná, protože světelné kužely vypadají úplně stejně jako v Minkowskiho rovinném prostoročase speciální teorie relativity. Reálná hmotná tělesa se tedy mohou v těchto souřadnicích pohybovat pouze pod úhlem menším než $45°$ od svislé osy $\underline{v}$ /uvnitř prostoročasových světelných kuželů/.

Geometrie získaná přechodem ke Kruskal-Szerekesovým souřadnicím je v podstatě jakýmsi úplným analytickým prodloužením původní Schwarzschildovy geometrie. Tato úplná geometrie obsahuje v časovém řezu určitý "most" /tzv. Einstein-Rosenův most/ spojující dva různé asymptoticky rovinné vesmíry, popřípadě při vhodné topologii dvě různá místa jednoho vesmíru. Kromě toho v oblasti $r < 2M$ geometrie dynamický charakter vlivem toho, že zde v důsledku výměny úloh časových a prostorových metrických komponent úlohu časové evoluce přebírá evoluce prostorová. Einstein-Rosenovým mostem nemůže nikdo proniknout do druhého /zrcadlově obráceného/ vesmíru, protože by se musel pohybovat nadsvětelnou rychlostí aby stačil uniknout singularitě.

Jak ukázal Birkhoff /7/, statická Schwarzschildova geometrie je řešením Einsteinových gravitačních rovnic pro sféricky symetrické pole i tehdy, když bychom uvažovali nestacionární případ. Pokud je přesně zachována sférická symetrie, neprojeví se změny rozložení zdrojů /např. radiální pulzování nebo kolaps/ nijak na vnější geometrii; prostorem se nemohou šířit kulově symetrické gravitační vlny. Je to analogické tomu, že zákony elektrodynamiky nedovolují monopólové elektromagnetické vlny. Z Birkhoffovy věty plyne, že při přesně radiálním kolapsu sféricky symetrické /nerotující a elektricky neutrální/ hvězdy je vnější geometrie Schwarzschildovská během celého průběhu /ve všech stádiích/ gravitačního kolapsu.

Pozn.: Všímali jsme si jen Schwarzschildovy geometrie vně centrálně symetrického zdroje. Nebudeme se zde zmiňovat o tzv. vnitřním Schwarzschildově řešení, které na ni navazuje uvnitř zdroje, kde je centrálně symetrické rozložení hustoty hmoty-energie.

4. Kerr-Newmanova geometrie - rotující černé díry

V předchozí části článku bylo stručně nastíněno, jak úplným gravitačním kolapsem sféricky symetrické /kulové nerotující a elektricky nenabité/ hvězdy vzniká Schwarzschildovská černá díra. Podmínky sférické symetrie nejsou většinou ve skutečnosti splněny, většina hvězd rotuje. Vzniká otázka, zda černá díra může vzniknout i kolapsem rotující hvězdy nebo zda rotace /odstředivá síla/ je schopna kolaps zastavit. Ukazuje se, že i kolapsem rotující hvězdy může nakonec +/ vzniknout černá díra, která však vzhledem k rotaci již nebude sféricky symetrická, ale pouze osově symetrická.

+/ A to i v případě, když v průběhu kolapsu zrychlující se rotace "roztrhne" hvězdu na několik částí; tyto fragmenty pak při svém oběhu kolem sebe budou vyzařovat gravitační vlny odnášející rotační energii a tím se budou sbližovat, až se nakonec slijí a vytvoří výslednou rotující černou díru.

V současné době se považuje za obecné řešení pro axiálně symetrickou rotující a elektricky nabitou černou díru tzv. Kerr-Newmanova geometrie /8/, /9/, která je zobecněním Schwarzschildovy geometrie. Stručně řečeno, Schwarzschildova geometrie je kulová, zatímco Kerr-Newmanova geometrie je obecně eliptická.

V tzv. Boyer-Lindquistových souřadnicích /které jsou eliptickým zobecněním Schwarzschildových souřadnic/ /10/ má prostoročasový element Kerr-Newmanovy geometrie tvar

$$ds^2 = -\frac{r^2 - 2Mr + /J/M/^2 + Q^2}{r^2 + /J/M/^2 \cos^2\vartheta} /dt - \frac{J}{M}\sin^2\vartheta\, d\varphi^2/^2 +$$

$$+ \frac{\sin^2\vartheta}{r^2 + /J/M/^2 \cos^2\vartheta} \left[/r + \frac{J^2}{M^2}/\, d\varphi - \frac{J}{M} dt \right]^2 + \qquad /8/$$

$$+ \frac{r^2 + /J/M/^2 \cos^2\vartheta}{r^2 - 2Mr + /J/M/^2 + Q^2} dr^2 + /r + \frac{J^2}{M^2}\cos^2\vartheta / d\vartheta^2,$$

kde M je celková hmotnost, Q elektrický náboj a J vlastní /rotační/ moment hybnosti axiálně symetrického zdroje této geometrie. Stojí za povšimnutí, že moment hybnosti vystupuje vždy dělený hmotností M.

Popíšeme stručně některé základní vlastnosti Kerr-Newmanovy geometrie. Především, komponenty metrického tenzoru v /8/ nezávisí na $\underline{t}$ a φ, t.j. geometrie je stacionární a axiálně symetrická /invariantní vzhledem k pootočení kolem osy rotace/. Podobně jako Schwarzschildova geometrie, má i Kerr-Newmanova geometrie horizont, který má poloměr

$$r_g = M + \sqrt{M^2 - \frac{J^2}{M^2} - Q^2} \qquad /9/$$

Poloměr horizontu je zde tedy menší, než by měla nenabitá a nerotující černá díra stejné hmotnosti /pro tento případ Schwarzschildovy černé díry přechází vztah /9/ ve vztah /4/, t.j. $r_g = 2M$/

Rotace černé díry se na vnější geometrii prostoročasu projevuje tzv. <u>strháváním lokálních inerciálních soustav</u>, které nutí volná tělesa vykonávat rotační pohyb kolem černé díry, a to tím více, čím blíže jsou k rotující černé díře. Lze říci, že Kerr-Newmanova geometrie v jistém smyslu rotuje spolu s černou dírou - prostoročasové světelné kužely jsou natáčeny do směru rotace černé díry. Pozorovatel nacházející se v místě se souřadnicemi r, ϑ je vůči lokální geometrii v klidu a směry + φ a - φ jsou pro něho ekvivalentní jen tehdy, jestliže rotuje kolem černé díry s úhlovou rychlostí

$$\omega = - \frac{g_{\varphi t}}{g_{\varphi\varphi}} = \frac{/2Mr - Q^2/\ J/M}{/r^2 + \frac{J^2}{M^2}/^2 + \frac{J^2}{M^2}/r^2 - 2Mr + \frac{J^2}{M^2} + Q^2/\ \sin^2\vartheta} . \qquad /10/$$

Takový pozorovatel se nazývá lokálně nerotující. Protože reálná tělesa se mohou pohybovat jen uvnitř světelného kuželu, omezuje toto natočení prostoročasových světelných kuželů maximální možnou rychlost pohybu tělesa proti směru rotace černé díry z původní hodnoty rovné rychlosti světla na hodnotu tím nižší, čím je blíže k černé díře. Na ploše dané rovnicí

$$r = M + \sqrt{M^2 - \frac{J^2}{M^2}\cos^2\vartheta - Q^2} \qquad /11/$$

je maximální možná rychlost pohybu proti směru rotace černé díry již rovna nule. Tato plocha /tvaru rotačního elipsoidu, obr.3/, na níž se již žádný objekt nemůže pohybovat proti směru rotace černé díry /g_{tt}=0/ se nazývá statická mez. Oblast rozprostřena mezi statickou mezí a horizontem se nazývá ergosféra. Uvnitř egosféry je strhávaní již tak silné, že žádné těleso se zde nemůže udržet v klidu a jeho rotaci kolem černé díry nezabrání žádná síla - světelné kužely jsou zcela obráceny ve směru rotace černé díry. Ergosféra /kterou mají jen rotující černé díry/ je nejrozsáhlejší v "rovníkové" oblasti a zužuje se směrem k pólům, kde se statická mez dotýka horizontu /obr.3./.

Ergosféra má tu zajímavou vlastnost, že jejím prostřednictvím je možno z černé díry získávat tu část energie /~ hmoty/, která souvisí s rotací. Např. vnikne-li těleso do ergosféry a tam se rozpadne na dvě části tak, že jedna část je pohlcena černou dírou, může druhá část vylétnout z ergosféry s větší energií než mělo původní těleso, přičemž se zmenší rotační moment hybnosti černé díry /11/. V tomto smyslu jsou tedy rotující černé díry "živé" na rozdíl od "mrtvých" Schwarzschildovských černých děr, ze kterých nelze získat žádnou energii /nepřihlížíme-li ke kvantovým jevům/.

V obecné Kerr-Newmanově geometrii můžeme rozlišovat některé význačné speciální případy:

a/ Především pro $Q=J=0$ dostáváme Schwarzschildovu geometrii centrálně symetrické nerotující nenabité černé díry.

b/ Pro $Q=0$, $0 < J < M^2$ dostávamé Kerrovu geometrii axiálně symetrické rotující nenabité černé díry.

c/ Pro $J=0$, $0 < Q < M$ dostáváme tzv. Reissner-Nordströmovu geometrii nerotující centrálně symetrické elektricky nabité černé díry.

d/ Pro $M^2 = Q^2 + J^2/M^2$ dostáváme tzv. extrémní Kerr-Newmanovu geometrii /nejrychlejší možná rotace černé díry vzhledem ke své hmotnosti M, horizont má poloměr $r_g = M$/.

e/ Konečně v případě $Q^2 + J^2/M^2 > M^2$ nepopisuje Kerr-Newmanova geometrie již černou díru mající horizont /výraz /9/ se stává imaginární/ ale tzv. Kerrovu nahou singularitu bez horizontu /viz též níže odstavec 6/.

Kerr-Newmanova geometrie má horizont / a popisuje tedy černou díru/ jen tehdy, když je splněna podmínka $M^2 > Q^2 + J^2/M^2$, tedy když "příliš rychle nerotuje" nebo není "příliš elektricky nabita" ve srovnání s celkovou hmotností M.

Rotace /vlastní moment hybnosti/ hraje jistě i ve skutečnosti důležitou úlohu pro geometrii v okolí černé díry vzniklé gravitačním kolapsem. Totéž se však zřejmě nedá říci o elektrickém náboji Q. Aby totiž elektrický náboj zanechal znatelnou stopu na metrice, musel by mít obrovskou hodnotu srovnatelnou s celkovou hmotností M. Vznik a udržení tak velkého náboje se však zdá velmi nepravděpodobné a kromě toho tak velké elektrické odpudivé síly by asi zabránily kolapsu do rozměrů $\sim 2M$, protože v oblastech $r > 2M$ by tyto elektrické odpudivé síly byly zcela dominantní.

Podobně jako Schwarzschildovy souřadnice, jsou i shora požité Boyer-Lindquistovy souřadnice singulární na horizontu Kerr-Newmanovy černé díry. Každý reálný objekt potřebuje k dosažení horizontu nekonečně dlouhý souřadnicový čas a navíc též nekonečný uhel / $\varphi \to \infty$/, avšak konečný interval vlastního času. Každé těleso nebo foton padající na rotující černou díru tedy z hlediska vnějšího pozorovatele musí za nekonečně dlouhý čas potřebný k dosažení horizontu vykonat nekonečně mnoho oběhů kolem černé díry /vplyvem strhávání momentem hybnosti/.

K odstranění této souřadnicové singularity se používá přechodu k tzv. Kerrovým souřadnicím /12/, které provádějí nekonečné "ztlačení" souřadnicového času a nekonečné "rozkroucení" uhlové souřadnice φ . Úplné analytické prodloužení Kerr-Newmanovy geometrie má značně složitou prostoročasovou strukturu - viz obr.4c, kde je konformní obraz této struktury. Objevuje se zde nekonečně mnoho vesmírů, horizontů a singularit. Lze však ztěží očekávat, že tato struktura se skutečně realizuje při kolapsu, protože by pro to musely existovat velmi nepřirozené počáteční a topologické podmínky. O některých dalších geometrických a topologických aspektech struktury prostoročasu Kerr-Newmanovy geometrie roující černé díry je též stručně pojednáno níže v odstavci 6 str. 16

5. Černá díra nemá vlasy

Jediné, čím se černá díra navenek projevuje /jediné, co pro vnějšího pozorovatele ze zkolabovaného objektu zbylo/ je vnější pole. Ukazuje se, že po "dokončení" gravitačního kolapsu /t.j. po utvoření horizontu a po vymizení všech gravitačních a elektromagnetických vln/ je vnější elektromagnetické a gravitační pole černé díry zcela určeno jen celkovou hmotností M, elektrickým nábojem Q a vlastním rotačním momentem hybnosti J bez ohledu na to, z čeho a jakým způsobem černá díra vznikla. Hmotnost, náboj a moment hybnosti jsou jediné zachovávající se veličiny, které jsou spojeny s poli sil dlouhého dosahu /hmotnost a moment hybnosti s gravitačním polem, náboj s elektromagnetickým polem/, na nichž zanechávají jednoznačný odraz. Pomocí těchto jednoznačných odrazů /zachovávajících se integrálních toků přes uzavřené plochy/ tato pole potom nadále udržují po utvoření horizontu hodnoty těchto tří veličin, i když jejich vlastní zdroje již zmizely pod horizontem nebo byly dokonce již zničeny v singularitě. Meteforicky se to vyjadřuje větou "<u>černá díra ne-</u>

má vlasy", t.j. nemá zádné další nezávislé charakteristiky kromě hmotnosti, elektrického náboje a rotačního momentu hybnosti. Tento poznatek je založen hlavně na pracech B.Cartera /13/, S.Hawkinga /14/ a W.Israela /15/. Tvrzení, že"černá díra nemá vlasy"se dokazuje jednak pomocí geometricko-topologických metod zmíněných níže, jednak pomocí konkrétních výpočtů ukazujících, že pro příspěvky ostatnách polí neexistují řešení s fyzikálně přípustnými asymptotickými vlastnostmi /buď jsou nekonečná na horizontu nebo divergují pro nekonečné vzdálenosti/.

Důležitá je zde tzv. Priceova věta /16/, podle které se /v kontextu s teorií záření/ pri gravitačním kolapsu ještě před utvořením horizontu pro každé pole vyzáří všechny ty multypólové momenty,jejichž "multipolarita" je větší nebo rovna spinu příslušného pole /spin zde stačí uvažovat klasicky jako míru symetrie v rovinné vlně příslušného pole/. Výsledné limitní pole je potom zcela charakterizováno jen zbylými zachovávajícími se multipólovými momenty, jejichž multipolarita je menší než spin pole /a které se tedy nomohou vyzářit/. Pro elektromagnetické pole se spinem s = 1 se vyzáří ve formě elektromagnetických vln všechny multipóly počínaje dipólovým momentem a zachovává se pouze monopólová část - celkový elektrický náboj. Pro gravitační pole se spínem s = 2 se vyzáří ve formě gravitačních vln všechny multipóly počínaje kvadrupólovým momentem, zachovává se jen monopólová část - celková hmotnost a dipólová část související s vlastním momentem hybnosti v těžišťové soustavě.

Zobecnění Priceovy věty na případ slabých interakcí /17/ a silných interakcí /18/ ukazuje, že černá díra nemůže vykazovat síly slabých interakcí ani silných interakcí od leptonů a baryonů pohlcených v díře.

Ukazuje se tedy, že kromě hmotnosti, náboje a momentu hybnosti se všechny ostatní charakteristiky jako nehomogenity rozložení hmoty a náboje, proudy, tlaky, turbulence a pod. zcela "vyzáří" ve formě elektromagnetických a gravitačních vln, z nichž část se rozšíří do prostoru, část je pohlcená černou dírou. Nehomogenity, stejně jako žádné ostatní jevy, vznikající pod horizontem, nemají na vnější pole vliv, protože informace o nich /ve formě příslušných vln/ geometrie prostoročasu nepustí k vnějšímu pozorovateli.

Černé díry různého původu jsou tedy od sebe nerozlišitelné, mají-li stejnou hmotnost, náboj a rotační moment hybnosti. Není poznat, zdá černá díra vznikla z vodíku nebo z železa, z obyčejné hmoty nebo z antihmoty. V principu je možno např. dosáhnout takového zkoncentrování světla, že část jeho elektromagnetické energie podlehne gravitačnímu kolapsu a vytvoří černou díru. Podobně může gravitačnímu kolapsu podlehnout i část /nelokální/ gravitační energie při dostatečném zkoncentrování gravitačních vln. Taková "čistě elektromagnetická" /popřípadě "čistě gravitační" černá díra bude potom nerozlišitelná od černé díry vzniklé kolapsem elektricky nenabité hvězdy s příslušnou hmotností a momentem hybnosti. Podmínky pro takové zkoncentrování gravitačních nebo elektromagnetických vln by však asi mohly vzniknout jen v počátečních fázích vývoje vesmíru po hypotetickém "velkem třesku" nebo snad při gravitačním kolapsu celých galaxií.

6. Vlastnosti geometrie, horizontů a singularit

Horizonty a singularity mají kromě svého přímého odrazu ve výrazechpro metriku prostoročasu /např. /5/ nebo /8// též některé obecné vlastnosti, které bychom mohli nazvat geometricko-topologickými nebo globálními. Geometricko-topologické metody zkoumání struktury prostoročasu jsou podrobně popsány v monografii /19/. Zde uvedeme stručně jen některé nejzákladnější aspekty těchto metod.

Neuvažujeme-li kosmologii, má každý reálný prostoročas nejméně jednu asymptoticky rovinnou oblast /vnější rovinný prostoročas nekonečně daleko od zdrojů křivosti/ a je časově orientovaný, takže v každém jeho bodě /události/ je definován světelný kužel budoucnosti a světelný kužel minulosti.

Nejjednodušším takovým prostoročasem je rovinný /všude, nejen asymptoticky/ Minkowského prostoročas, jehož metrika ve sférických souřadnicích t, r, ϑ, φ globální inerciální soustavy má tvar $ds^2 = -dt^2 + dr^2 + r^2 /d\vartheta^2 + \sin^2\vartheta\, d\varphi^2$. Prostoročasový diagram tohoto rovinného prostoročasu je znázorněn v horní části obr. 4a /dva rozměry spojené s ϑ a φ jsou vynechány; rozměr φ by se však dal získat rotací osy $\underline{t}$/. Šipky na diagramu směřují do celkem pěti typu nekonečna : $\infty\overset{+}{t}$ a $\infty\bar{t}$ jsou časová nekonečna budoucnosti /+/ a minulosti /–/, kde $t \to +\infty$ resp. $t \to -\infty$ při konečném poloměru $\underline{r}$. ∞r je prostorové nekonečno $r \to \infty$ při konečné hodnotě času $\underline{t}$.

$\infty\overset{+}{o}$ resp. $\infty\bar{o}$ je tzv. nulové nekonečno budoucnosti resp. minulosti, což jsou oblasti, kde $t + r \to \infty$ při konečné hodnotě $t-r$, resp. $t-r \to -\infty$ při konečném $t+r$. Do $\infty\overset{+}{o}$ se šíří nulové geodetiky ven směřujících fotonů, obrazně z $\infty\bar{o}$ naopak přicházejí dovnitř směřující fotony.

Pro sledování struktury prostoročasu a asymptotického chování fyzikálních veličin /t.j. jejich chování v nekonečně vzdálených oblastech prostoročasu/ jsou velmi užitečné Penroseovy konformní metody /viz např. str.152 ve sborníku /20//. Pomocí vhodného konformního zobrazení se převádí celý nekonečný prostoročas na určitou konečnou oblast, jejíž hranice jsou konformním obrazem oblastí nekonečna původního neomezeného prostoročasu. Asymptotické vlastnosti geometrie a fyzikálních veličin je možno potom sledovat analýzou jejich chování na hranicích konformního obrazu, kde mají souřadnice konečné hodnoty. Předpokladem je zde ovšem konformní invariantnost příslušných rovnic. Protože konformní zobrazení zachovává okolí bodů a uhly, zachovávají se v každém bodě i tvary a sklony světelných kuželů.

Takovou konformní transformací, která se často užívá v prostoročasových diagramech pro zobrazení globální as mptotické struktury geometrie prostoročasu, je transformace tvaru

$$t + r = \mathrm{tg}\,\frac{\eta + \chi}{2}\,, \qquad t - r = \mathrm{tg}\,\frac{\eta - \chi}{2} \qquad /12/$$

z původních časových t a prostorových radiálních r souřadnic na nové souřadnice η a χ , které mají konečné hodnoty i pro nekonečné t a r ; uhlové souřadnice ϑ a φ zůstávají. V dolní části obr. 4a je pomocí konformní transformace /12/ zobrazen celý nekonečný Minkowskiho rovinný prostoročas na konečnou oblast omezenou trojúhelníkem /ve skutečnosti tedy "dvojkuželem"/ s vrcholy $\eta = \pm \pi$, $\chi = \pi$. Jednotlivé oblasti nekonečna jsou zobrazeny na vrcholy a strany trojuhelníka/ tj. na vrcholy a pláště kuželů - hranice konformního obrazu/.

Obr.4b představuje konformní obraz úplného analytického prodloužení Schwarzschildovského prostoročasu sféricky symetrické nerotující nenabité černé díry pomocí transformace /12/ aplikované /místo na t a r/ na Kruskal- Szekeresovy souřadnice u a v /6/.

Penrose-Carterův prostoročasový diagram, který představuje konformní obraz úplného analytického prodloužení. Kerr-Newmanovy geometrie rotující /popř. elektricky nabité/ černé díry je znázorněn na obr. 4c. Tento diagram ukazuje značně složitou strukturu geometrie /která by se dala bez konformního zobrazení jen dosti obtížně znázornit.

Je z něho vidět nekonečné množství periodicky se opakujících "vesmírů" /nesouvisejících vnějších oblastí/, horizontů a singularit $^{+}$/. Podle toho se Kerr-Newmanova geometrie rotující černé díry jeví jakýmsi "mostem" nebo "tunelem" spojujícím nekonečný počet různých vesmírů /popř. při náležité topologii různych míst jednoho vícenásobně souvislého vesmíru/, mezi nímiž by reálný hmotný objekt dokonce v principu mohl cestovat aniž by musel projít singularitou /na rozdíl od Einstein-Rosenova mostu Schwartzschildovy geometrie, kterým by se dalo projít pouze nadsvětelnou rychlostí/. V oblastech kolem vnitřního horizontu se objevují uzavřené časové křivky a dochází zde k porušení kauzality.

Konformní prostoročasové diagramy jsou velmi užitečným nástrojem pro sledování globální a asymprotické struktury geometrie prostoročasu, avšak je nutno si uvědomit, že do značné míry abstrahují od skutečných měřítek a proporcí. Žádná změna hmotností, náboje nebo momentu byhnosti se zde neprojeví, pokud zůstává stejný "typ" geometrie. Je třeba počítat s tím, že měřítka jsou zde silně nelineární vzhledem ke skutečným vzdálenostem v prostoročase.

Geometricko-topologická definice horizontu /událostí/ je zhruba následující : Horizont /popř. sjednocení všech horizontů/ je hranicí té prostoročasové oblasti, ze které mohou být do nulového nekonečna budoucnosti $\mathscr{I}_o^+$ vedeny světočáry, které v každém svém bodě leží uvnitř nebo na plášti světelného kužele budoucnosti.

+ V Kerr-Newmanově geometrii jsou horizonty dvojího druhu : vnější $r = r$ daný vztahem /9/ a tzv. vnitřní horizont $r=r_g^- = M - \sqrt{M^2 - J^2/M^2 - Q^2}$. Na vnitřním horizontu se světelné kužely, které jsou jinak pod $r = r_g$ nakloněny směrem k singularitě $r = 0$, opět začínají "napřimovat" - je zde tedy možný pohyb částice tak, aby se vyhnula singularitě; nemůže se však dostat přes vnější horizont zpět do původního prostoročasu, ale nutně do jiného vesmíru, který leží vzhledem k původnímu v absolutní budoucnosti. Dále stojí za povšimnutí, že singularita Schwarzschildovy geometrie je prostorového typu /světočára bodu $r=0$ podle obr.2b a 4b leží vně světelného kužela/, zatímco singularita Kerr-Newmanovy geometrie /obr.4c/ je časového typu a má prstencovou strukturu.

Na horizontu černé díry je úniková rychlost právě rovná rychlosti světla. Fotony vyzářené radiálně z horizontu směrem ven tedy zůstávají na horizontu neomezeně dlouho, v prostoročase se stále pohybují spolu s horizontem. Tato vlastnost horizontu se vyjadřuje větou /Penrose/ : "Horizont je generován nulovými geodetikami ležícími na horizontu, které v budoucnosti nemají konce". Aby tato věta platila, nesmí se horizont během svého pohybu prostoročasem setkat s žádnou "nahou" singularitou, která by pohlcovala a ukončovala generující geodetiky. Schwarzschildův horizont je generován fotony radiálně vyzářenými z horizontu směrem ven, horizont Kerr-Newmanovy rotující černé díry je generován spirálovými nulovými geodetikami, které na horizontu neustále rotují kolem černé díry příslušnou úhlovou rychlostí /10/.

Další zajímavou vlastností horizontu je to, že v prostoročasu je hyperplocha $r=r_g$ v podstatě pouze dvojrozměrná, protože vlivem nulové hodnoty časové složky g_{tt} metrického tenzoru je vlastní objem této /jinák trojrozměrné/ hyperplochy roven nule. Horizont je tedy i v prostoročase dvojrozměrnou plochou /s obsahem $16\pi M^2$ v případě Schwarzschildovy geometrie/.

Pokud se týče předpokladů pro vznik horizontů, příslušný rozbor vede k hypotéze /Thorne/, že horizont vzniká právě v tom případě, kdy hmota velikosti M je soustředěna v takové prostoročasové oblasti, kde každá kružnice orientováná v libovolném směru má délku menší nebo rovnou $4\pi M$.

Základní vlastností <u>singularit</u> je to, že v prostoročase každá geodetika, která prochází singularitou, v tomto místě nespojitě končí při konečné hodnotě vlastní délky /vlastního času/ - geodetiky nejsou kompletní /21/. Setkání se singularitou znamená konec existence každého objektu, každé částice. V singularitách r=0 černých děr je to vlivem nekoneční křivosti prostoročasu.

Ukazuje se podle Hawkingovy a Penroseovy věty, že singularity se zákonitě objevují v řešeních Einsteinových gravitačních rovnic za poměrne obecných podmínek, které jsou pravděpodobně v praxi splněny. Je to jednak podmínka příčinnosti /neexistují uzavřené časové křivky/. Další podmínkou je rozumná struktura a symetrie prostoročasu a požadavek, aby vlastní hustota energie v žádném bodě prostoročasu nebyla [+] záporná. Konečně poslední podmínkou pro přítomnost singularity je existence tzv. pohlcující plochy /22/, což je taková uzavřená dvojrozměrná plocha, z níž kolmo vyzářené světelné paprsky se setkávají nezávislé na tom, zdá byly vyzářeny směrem dovnitř nebo ven. Tuto vlastnost má každá uzavřená plocha, která celá leží uvnitř horizontu černé díry.

V černé díře je singularita obklopená horizontem, který jí brání "vidět" a znemožňuje jakékoliv ovlivňování vnějšího vesmíru touto singularitou. Vynořila se otázka, zdá může existovat "nahá" singularita bez horizontu. Např. formálním položením $Q^2 + J^2 / M^2 > M^2$ ve výrazu /8/ pro Kerr-Newmanovu geometrii dostaneme tzv. Kerrovu nahou singularitu bez horizontu /viz odstavec 4/. Podle dnešních poznatků je vysoce pravděpodobné, že taková nahá singularita vzniknout nemůže, každá singularita je "oblečená" do horizontu, což Penrose nazval principem kosmické cenzury. Přítomnost nahé singularity by vedla k porušení determinovanosti evoluce prostoročasu, protože do jednotlivých míst by od ní mohly "nekontrolovaně" přicházet nové informace prostřednictvím geodetik nepokračujících do minulosti /neexistují tedy Cauchyho hyperplochy/. V úplné extenzi Kerr-Newmanovy geometrie existují sice Cauchyho horizonty /na $r=r_g^-$/ a oblasti /další "vesmíry"/ v nichž evoluce není zcela určena počátečními podmínkami na Cauchyho hyperploše v "našem" prostoročase - mohou tam přicházet nové informáce geodetikami z časového nekonečna a ze singularity, která je odtud "vidět" /obr.4c/. Avšak ve vnější asymptoticky rovinné oblasti lze jednoznačně "předvídat" budoucnost, zatímco nahá singularila toto znemožňuje všude.

+ Aby gravitace měla přitažlivý charakter a na geodetiky fokusující účinek. V praxi je zřejmě splněna ještě o něco silnější podmínka tzv. energodominantnosti /energie "dominuje" nad ostatními složkami tenzoru energie-hybnosti/, kde lokální hustota energie je nezáporná a navíc lokální proud energie se děje jen uvnitř nebo na plášti světelného kuželu /tlak nepřevyšuje hustoru energie, rychlost "zvuku" nepřevyšuje rychlost světla/.

7. Zákony dynamiky černých děr

Pro fyzikální procesy s účastí černých děr byly odvozeny tzv. zákony dynamiky černých děr, které poněkud připomínají zákony termodynamiky +.

První zákon dynamiky černých děr je vlastně zákonem zachování celkové energie, hybnosti, momentu hybnosti a celkového elektrického náboje soustavy interagujících černých děr a případně dalších zúčastněných objektu /tedy i např. mezidvězdné látky/.

Druhý zákon říká, že při libovolném procesu s černými děrami se součet ploch všech horizontu zúčastněných černých děr nikdy nemůže zmenšit. Tento zákon se dokazuje pomocí výše zmíněných geometricko-topologických metod, přičemž jsou k tomu třeba dva základní předpoklady. Prvním je "princip kosmické cenzury" jenž zaručuje, že se na horizontu nikdy nemůže objevit singularita, která by pohlcovala a ukončovala /jinak v budoucnu nekonečné/ nulové geodetiky generující horizont. Dále je to předpoklad, že vlastní hustota energie T_{00} nemůže být nikdy záporná, aby podle Einsteinových gravitačních rovnic /3/ platila věta o fokusaci nulových geodetik generujících horizont. Potom se plocha /průřez/, kterou procházejí nulové geodetiky, nemůže zmenšovat, a protože zároveň zádné nulové geodetiky generující horizont nemohou zanikat /mohou pouze vznikat nové/, vede to k závěru, že celková plocha horizontu se nikdy nemůže s časem zmenšovat. Druhý zákon dynamiky černých děr vypracovali Hawking, Carter, Christodolou, Bardeen a Ruffini.

+ Mezi zákony dynamiky černých děr se někdy rovněž počítá skutečnost, že povrchová gravitace je stejná ve všech místech horizontu /"O.zákon"/ ; tato povrchová gravitace je analogická teplotě. Jako 3.zákon dynamiky černých děr se označuje to, že dodáním žádné konečné energie nelze černou díru roztočit na takovou rychlost, aby vznikla extrémní černá díra /str.12d/, s momentem hybnosti J vždy vzroste patřičně i hmotnost M - extrémní černá díra je nedosažitelná, lze se k ní jen přiblížit. Plocha horizontu S je analogická entropii a to jak z hlediska termodynamiky, tak i teorie informací jako logaritmus množství možných údajů, které se nenávratně ztratily pod horizontem.

Pro Kerr-Newmanovu černou díru je plocha horizontu rovna

$$S = 4\pi \left[M + \sqrt{M^2 - J^2/M^2 - Q^2/2} + J^2/M^2 \right]^2 , \quad /13/$$

ve speciálním případě Schwarzschildovy černé díry je $S = 16\pi M^2$. Celkovou hmotnost M černé díry je možno rozložit na tři části :

$$M^2 = \left(M_{ired.} + M_{elmag.} \right)^2 + M_{rot.}^2 , \qquad /14/$$

kde $M_{ired.}$ je tzv. ireducibilní hmotnost /23/, což je hmotnost, kterou by měla Schwarzschildovská černá díra se stejnou plochou horizontu S, t.j. $M_{ired.} = \sqrt{S/16\pi}$; $M_{elmag.} = Q^2/M_{ired.}$ je elektromagnetický příspěvek a $M_{rot.} = J/2M_{ired.}$ je rotační příspěvek k celkové hmotnosti. Podle druhého zákona dynamiky černých děr se ireducibilní hmotnost nikdy nemůže zmenšit.

V souvislosti s druhým zákonem dynamiky černých děr můžeme rozdělit možné procesy s černými děrami na dvě skupiny :

a./ Vratné změny, při kterých se mění hmotnost, náboj a moment hybnosti takovým způsobem, že velikost povrchu S černé díry zůstává stejná. Takové procesy je možno v principu obrátit a černá díra může přejít zpět do svého původního stavu.

b./ Nevratné změny, při kterých se spolu se změnou hmotnosti, náboje a momentu hybnosti zvětší /zmenšit se nemůže/ i velikost povrchu černé díry. Takovéto procesy nelze obrátit a černá díra se již nikdy nemůže vrátit zpět do svého původního stavu.

Skutečně probíhající procesy jsou nevratné; vratný proces je určitou idealizací, ke které se lze jen přiblížit.

Druhý zákon dynamiky černých děr potvrzuje /vedle konkrétních výpočtů různých druhů procesu/ mimořádnou stabilitu černé díry - černá díra se nemůže "rozdvojit" a je zcela nezničitelná, může se pouze zvětšovat pohlcováním další hmoty /obr.5a/ /neuvažujeme zde však kvantové procesy, viz níže/.

8. Kvantové vypařování černých děr

Zatím jsme vlastnosti černých děr popisovali pouze z hlediska klasické obecné teorie relativity, bez přihlédnutí ke kvantovým jevům. I když konzistentní kvantová teorie gravitace zatím ještě nebyla vytvořena, lze očekávat, že kvantové zákonitosti se rozhodujícím způsobem uplatní v blízkosti singularit a dále též u malých černých děr atomových rozměrů o hmotnostech řádu 10^9 tun. Tyto hypotetické tzv. primordiální černé díry snad mohly vzniknout po předpokládaném "big bangu" z nehomogenit a turbulencí v prvních fázích expanze vesmíru.

V r. 1974 S.Hawking /24/, /25/ vyslovil hypotézu tzv. kvantového vypařování černých děr, podle níž každá černá díra emituje záření, které vede k postupnému zmenšování /vypařování/ hmoty černé díry.

Toto je zřejmě v rozporu s druhým zákonem dynamiky černých děr /zmíněném v předchozím odstavci/ tvrdícím, že horizont černé díry se nemůže zmenšovat. Pro platnost tohoto zákona je nutný předpoklad, že vlastní hustota energie T_{00} nemůže být záporná. V měřítcích odpovídajících kvantovým jevům však již tento předpoklad nemusí byt splněn a může tak dojít k porušení druhého zákona dynamiky černých děr.

Podle kvantové teorie lze celý prostor /i vakuum/ považovat za vyplněný virtuálními páry částic a antičástic, které se neustále tvoří a anihilují. V silném nehomogenním gravitačním poli s univerzálními účinky dochází k určité "polarizáci" vakua a v oblastech blízko horizontu existuje jistá pravděpodobnost, že jeden člen páru částice-antičástice pronikne pod horizont a je pohlcen, zatímco druhý člen unikne do vnějšího prostoru jako reálna částice /obr.5b/. Pod horizont je v takovém případě vnesena v podstatě záporná energie potřebná k uvolnění původné virtuálního páru. Vztah částice-antičástice a naopak souvisí s inverzí času, takže pro popsaný proces bude platit opak druhého zákona dynamiky černých děr, tj. horizont se zmenší.

Výsledkem kvantových úvah je závěr, že černá díra bude takto produkovat záření, jehož celková intenzita /výkon/ bude uměrná hc^2/r_g^2 /tedy tím větší, čím je černá díra menší/, kde h je Planckova konstanta a r_g je gravitační poloměr, a jehož spektrum bude mít tvar spektra tepelného záření absolutně černého tělesa o teplote $T = hc/4\pi kr_g$. Tepelný tvar spektra souvisí s teorémem "černá díra nemá vlasy", podle kterého v oblasti kolem horizontu /kde kvantové zařízení vzniká/ jsou všechny konfigurace částic, které mají stejnou hmotu /~energii/, elektrický náboj a moment hybnosti stejně pravděpodobné + .

Nedá se očekávat, že kvantové vypařování černé díry je obrácený pochod ke vzniku černé díry kolapsem, a že by se snád mohly objevit znovu některé další individuální charakteristiky objektu před kolapsem. Všechny charakteristiky kromě hmotnosti, náboje a rotačního momentu hybnosti černá díra nenávratně "zapomněla" již při vzniku horizontu. Např.pravděpodobnost emise částic a antičástic nezávisí na tom, zdá černá díra vznikla z obyčejné hmoty nebo z antihmoty.

Tloušťka bariéry, kterou musí částice tunelovým jevem překonávat aby unikla pohlcení, je úměrná gravitačnímu poloměru černé díry. U velkých černých děr hvězdných hmotností / s rozměry řádově kilometry/ je kvantové vypařování zcela nepatrné a je mnohonásobně převáženo akrecí plynů, částic a záření z okolního prostoru do černé díry.

Opačná je situáce u malých primordiálních černých děr s rozměry řádově 10^{-13} cm, kde bude kvantové vyzářováni již velmi intenzívní /řadově 10^{9}W/. S postupným vypařováním /zmenšováním r_g/ se intenzita záření a energie emitovaných částic neustále zvětšuje /menší černá díra září více/, takže nakonec má lavinovitý charakter jakési <u>kvantové exploze</u> černé díry. V tomto se objevuje určitá podobnost s hypotetickým "velkým třeskem" vedoucím ke vzniku našeho expandujícího vesmíru.

Existence kvantového vypařování vede k ještě těsnější analogii mezi zákony dynamiky černých děr a zákony termodynamiky. Černá díra nabývá vlastnosti absolutně černého tělesa s nenulovou teplotou - může být v rovnováze se zařením příslušné teploty. Teplota černých děr hvězdných hmotnosti je však natolik blízka absolutní nule, že jejich kvantové vypařování by se

---

+ U rotující černé díry s úhlovou rýchlostí ω kromě toho kvantové efekty vedou k záření s touto frekvencí ω o intenzitě úměrné $h\,\omega^{2}$, které postupně odnáší rotační energii černé díry.

mohlo astrofyzikálně uplatnit jen v nesmírně vzdálené budoucnosti v případě neustále se rozpínajícího /neuzavřeného/ vesmíru. Expanzí by se reliktoré záření stále ochlazovalo /z nynější teploty asi 2,7° K/ až pod "teplotu" černé díry a teprve potom by mohla převládnout kvantová evaporace nad akrecí reliktového záření.

9. Z á v ě r

Apokalyptický obraz gravitačního kolapsu za vzniku černé díry, který jsme zde stručně nastínili ukazuje, že každá dostatečně hmotná soustava, které se během svého vývoje "nepodaří" zbavit přebytečné hmoty ~ energie, je podle obecné teorie relativity odsouzená k osudu černé díry. Pro velice hmotná tělesa k tomu ani nejsou třeba žádné "exotické" podmínky typu bílého trpaslíka nebo neutronové hvězdy. Např. hvězda o hmotnosti řádově 10^8krát větší než Slunce dosáhne svého gravitačního poloměru /který činí několik set tisíc kilometrů/ a vytvoří černou díru již při hustotě pouze řádu gramů na cm^3, což je hustota, na kterou jsme zvyklí v pozemských měřítcích.

I když podle současné astrofyziky by se mělo i v naší galaxii vyskytovat velké množství černých děr /a značné procento hvězd by mělo jako černé díry v budoucnu skončit/, nebyla zatím existence černých děr s úplnou jistotou prokázána. Nelze se tomu divit, protože černá díra s hmotností průměrné hvězdy až desítek kilometrů, který sám prakticky nezáří a není tedy na velké mezihvězdné vzdálenosti pozorovatelný. Řada astronomických pozorování však se značnou pravděpodobností svědčí pro procesy interakcí okolní hmota s černou dírou. Hmoty /plyn/ se při svém pádu na černou díru silně stlačuje a zahřívá na tak vysokou teplotu, že dochází k silné emisi rentgenového záření +. Nejznámější v tomto zmyslu je rentgenový dvojhvězdny zdroj Cygnus X-1.

+ Vlivem nestabilit v akrečním disku má emitované záření nepravidelně proměnnou intenzitu, což se pozoruje.

Dosti nadějně se v současné době jeví možnost vysvětlení pozorovaných vlastností quasarů pomocí akrece většího množství okolní hmoty na masívní černou díru /~ 10^8 hmot Slunci/. Kolem rotující černé díry se vytvoří akreční disk, který je /vlivem výše zmíněného efektu strhávání inerciálních soustav rotačním momentem hybnosti černé díry/ korotující a natočený v ekvatoriální rovině; jsou tak vytvořeny podmínky pro přeměnu značné části hmotnosti pohlcované látky na energii, ktorá se vyzařuje +/.

V kosmologii se ukazuje, že gravitační kolaps hvězdy je určitým analogem jevu mnohem grandióznějšího - kolapsu celého vesmíru. Je-li totiž průměrnáhustota hmoty ve vesmíru dostatečně vysoká, predpovídá relativistická kosmologie uzavřený vesmír - nynější rozšiřování se jednou zastaví a bude vystřídáno smršťováním /kolapsem/. Z hlediska pozorovatele je mezi těmito dvěma druhy kolapsu principiální rozdíl. Při kolapsu hvězdy má pozorovatel v principu vždy možnost volby : buďto zůstane v bezpečné vzdálenosti a uvidí jen část kolapsu až po horizont, nebo se vrhne za kolabující hmotou a uvidí sice celý průběh kolapsu až k singularutě, avšak žádným způsobem nebude moci sdělit své poznatky ven a bude neodvratně zničen /aspoň pokud se týče kolapsu nerotující nabité hvězdy/. Při kolapsu celého vesmíru pozorovatel již tuto možnost volby nemá - nijak se nemůže vyhnout osudu veškeré ostatní hmoty, kolaps vesmíru bude univerzální.

Třetí úroveň gravitačního kolapsu lze očekávat zase naopak v mikrosvětě. V kvantové geometrodynamice /která se snaží hmotu, energii i náboje interpretovat jako lokální změny v křivosti a topologii prostoročasu/ se předpokládá, že procesy obdobné gravitačnímu kolapsu /avšak vratné/ probíhají všude a neustále v měřítcích řádu 10^{-33}cm ve formě tzv. kvantových fluktuací geometrie a topologie prostoročasu - prostoročas má "pěnovitou" neustále fluktuující mikrostrukturu.

V průběhu gravitačního kolapsu /zvláště v závěrečném stádiu v blízkosti singularity/ dochází k rozrušení nejen molekul a atomů kolabující hmoty, ale i ke zničení atomových jader a dokonce samotných elementárních částic. Proto můžeme úplný gravitační kolaps za vzniku černé díry právem označit na <u>nejkatastrofálnější jev v přírodě</u>, který nejhlouběji postihuje hmotu.

Když astrofyzikové poznali, k jakým nezvyklým jevům může vést gravitační kolaps, hledali "fyzikální zákon, který by zabránil hvězdám dělat takové hlouposti /Edington/. Nyní jsou důsledky gravitačního kolapsu pro vnějšího pozorovatele téměř všeobecně přijaty, avšak hledá se způsob jak zabránit singularitám. Svého času se doufalo, že singularita v řešení gravitačních rovnic je důsledkem předpokladů o symetrii a že narušení symetrie /např.rotace/ by snád mohlo singularitám zabránit. Obecné výzkumy Penrose a Hawkinga však ukazují, že singularity se v řešení rovnic obecné teorie relativity vyskytují za značně obecných předpokladů, které jsou v praxi pravděpodobně splněny.

Singularita je však něčím absurdním /konec existence všeho/, s čím se fyzika může jen těžko smířit. Pro vnějšího pozorovatele je vše v pořádku - pro něj teprve po uplynutí nekonečného času vznikne horizont a tedy nikdy ne singularita. Samotná kolabující hmota však v konečném vlastním čase nevyhnutelně dosáhne singularity. Gravotační kolaps je tedy zároveň <u>největším paradoxem</u> v současné fyzice. Lze to srovnat s paradoxem elektrického kolapsu atomu /jenž vznikl po objasnění struktury atomů při aplikaci klasické elektrodynamiky/, který odstranila kvantova mechanika /Bohrovy postuláty/.

Zatím jsme ještě daleko od pochopení konečných stádií gravitačního kolapsu, zvláště v oblastech kolem singularit. Dosud existující fyzikální zákony se zde dostávají k mezím své platnosti - singularita je určitým indikátorem narušení Einsteinových rovnic. Podle některých výzkumů /26/ by mohly singularitě zabránit některé efekty /jakési "odpuzování spinů"/ tvz. Einstein-Cartanovy teorie gravitace vo ktré se spin hmoty bere jako další zdroj gravitace a vztahuje se k torzi prostoročasu.

Lze očekávat, že další teoretické výzkumy /např.v oblasti kvantové teorie gravitace/ spolu s pečlivými astronomickými pozorováními vrhnou nové světlo i na problémy konečného stavu při gravitačním kolapsu.

V Porubě 14.2.1978. Ullmann v.r.

L i t e r a t u r a

/1/ Landau L.D., Lifšic E.M.: Teorija polja.Nauka,Moskva 1967.

/2/ Misner Ch.W., Thorne K.S., Wheeler J.A. : Gravitation, Freeman and Comp., San Francisco 1973.Existuje ruský překlad.

/3/ Kuchař K. : Základy obecné teorie relativity. Academia, Praha 1968.

/4/ Oppenheimer J.R., Snyder H.:Phys.Rev.56, 455 /1939/.

/5/ Želdovič J.B., Novikov I.D.:Teorija tjagotenija i evolucija zvezd. Nauka, Moskva 1971.

/6/ Birkhoff G.D. : Relativity and Modern Physics.Harvard Univ.Press, Cambridge 1923.

/7/ Kruskal M.D. : Phys.Rev. 119, 1743 /1960/.

/8/ Kerr R.P. : Phys. Rev. Lett. 11, 237 /1963/

/9/ Newman E.T., Couch E., Chinnapared K., Exton A., Parakash A., Torrence R.: Journ.Math.Phys.6, 918 /1965/.

/10/ Boyer R.H., Lindquist R.W.:Journ.Math.Phys.8, 265 /1967/.

/11/ Penrose R.: Nuovo Cimento 1 /special/, 252 /1969/.

/12/ DeWitt C., DeWitt B.S. /eds./:Black Holes.Sborník.Gordon and Breach, New York 1973.

/13/ Carter B.:Phys.Rev.Lett. 26, 331 /1970/.

/14/ Hawking S.W. : Phys.Rew. Lett. 26, 1344 /1971/

/15/ Israel W. : Phys. Rev. 164, 1776 /1967/.

/16/ Price R.H. : Phys.Rev. D5, 2419 /1972/.

/17/ Hartle J.B. : Phys. Rev.D3, 2938 /1971/.

/18/ Bekenstein J. : Phys. Rev. D5, 2403 /1972/.

/19/ Hawking S.W., Ellis G.F.R.: The Large Scale Structure of Space - time. Univ.Press, Cambridge 1973.

/20/ Gravitacija i topologija.Sborník.Mir, Moskva 1966.

/21/ Schmidt B.G.: Gen.Rel.Grav. 1, 269 /1971/.

/22/ Penrose R.: Phys.Rev.Lett. 14, 57 /1965/.

/23/ Christodolou D.,Ruffini R.:Phys.Rev. D4,3552 /1971/.

/24/ Hawking S.W.: Nature 248, 30 /1974/.

/25/ Hawking S.W. : Phys.Rev. D13, 191 /1976/.

/26/ Trautman A.: Nature Phys. Sci. 242, 7 /1973/.

O b r á z k y :

Obr.1. Rámcové zjednodušené schéma jednotlivých stádií gravitačního kolapsu hvězdy : bíly trpaslík, neutronová hvězda a černá díra v řezu prostoro-časovým diagramem /na vodorovné ose je radiální rozměr prostorový, na svislé ose je čas/. Tímto způsobem /t.j.postupně přes všechna tři stadia/ by však kolaps mohl probíhat jen ve zcela speciálních případech - při menších hmotnostech než příslušná mez se kolaps zastaví ve stádiu bílého trpaslíka nebo neutronové hvězdy, při velkých hmotnostech se táto stádia nestabilizují a vzniká hned černá díra.

Obr.2. Schwarzschildova geometrie centrálně symetrické nerotující a el.nenabité černé díry : a/ V Schwarzschildových souřadnicích, b/ v Kruskal-Szekeresových souřadnicích. Vlnovkou je označen příklad nulové geodetiky dopadajícího fotonu, čárkovaně příklad radiální geodetiky padajícího tělesa /která může být v principu i světočárou povrchu kolabující hvězdy/.

Obr.3. Schématické znázornění horizontu, statické meze a oblasti ergosféry rotující Kerr-Newmanovy černé díry.

Obr.4. A/ Řez prostoročasovým diagramem nekonečného Minkowskiho rovinného prostoročasu ve sférických souřadnicích /nahoře, šipkami jsou vyznačeny směry jednotlivých druhů nekonečna/ a jeho konformní obraz ve tvaru konečného trojuhelníku /dvojkužele/.

b/ Konformní prostoročasový diagram úplného analytického prodloužení Schwarzschildovy geometrie.

c/ Penrose-Carterův prostoročasový konformní diagram úplného analytického prodloužení Kerr-Newmanovy geometrie rotující el.nabité černé díry. $r = r_g$ je/vnější / horizont daný vztahem /9/, $r = r_g^-$ je tzv. vnitřní horizont

$$r_g^- = M - \sqrt{M^2 - J^2/M^2 - Q^2} .$$

Obr.5. a/ Schématické znázornění proseců pohlcování hmotných těles černými děrami a splynutí dvou černých děr. Při všech podobných procesech se horizont jen zvětšuje.

b/ Znázornění kvantového vypařování malé černé díry pohlcováním jedné části virtuální dvojice částice-antičástice a vyzářením druhé části jako reálné emotované částice. Horizont se při tom postupně zmenšuje.

A u t o r :

RNDr. Vojtěch Ullmann, nar.14.4.1949 v Konici. Fyziku studoval na matematicko - fyzikální fakultě Karlovy university v Praze. Pracuje jako samostatný vědecký pracovník /fyzik/ na Radioisotopovém oddělení KNsP v Ostravě - Porubě. Zabývá se teorií pole a fyzikálně-matematickými aspekty radioisotopových scintigrafických měření.

Vydala: Krajská hvezdáreň Prešov
Zodpovedný: riaditeľ KH - Štefánia Lenzová, prom.ped.
Náklad: 500 výtlačkov
Nepredajné!
Len pre vnútornú potrebu!
Autor: RNDr. Vojtěch Ullmann, Radioisotopové odd. KNsP
ul. Vítězného února 1790, 708 52 Ostrava - Poruba
Čísla blán: 282 - 316/84